1-1 多項式的加減

【多項式】

由數和文字符號進行加法和乘法運算所構成的算式，稱爲多項式。

例：$3x, x+4, \frac{1}{6}x-5, x^2+1, \ldots\ldots$。多項式中的未知數 x 不在分母、根號、絕對值符號內，如：$\frac{1}{x+1}, \sqrt{x-2}, |3x-1|$ 皆不爲多項式。

【一次多項式】x-1，-2x+5；【二次多項式】x^2-1、$x-3x^2+5$

【三次多項式】x^3-x+1

練 a、

1. 下列各式中，哪些是 x 的多項式？
 (A) $5x^2+4x$　(B) $\frac{1}{6x+5}$　(C) $\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$
2. 下列各式中，哪些是 y 的多項式？
 (A) $|9y|$　(B) $4y+\frac{1}{2}$　(C) $\frac{1}{y}+5$
3. 下列各式中，哪些是 x 與 y 的多項式？
 (A) $4+2xy$　(B) $xy+2x$　(C) $3x+2y$

在多項式 $6x^2+4x+3$ 中，$6x^2$、$4x$、3 都稱為這個多項式的**項**。$6x^2$ 這一項中，6 是 x^2 的**係數**。同理，$4x$ 這一項中，4 是 x 的係數。而 3 這一項不含文字符號 x，稱為這個多項式的**常數項**。

又如，多項式 $5y^2-2y-4$ 可以寫成 $5y^2+(-2y)+(-4)$，其中 $5y^2$、$-2y$、-4 都是這個多項式的項。$5y^2$ 這一項的係數為 5，而 $-2y$ 這一項的係數為 -2，常數項為 -4。

多項式中的每一項，書寫時通常將係數寫在文字符號前面；如果有兩種或兩種以上的文字符號時，則按照它們在英文字母中的先後次序來寫，例如 $4x^2y^3$。

如果一個多項式僅有一項，則這個多項式又稱為**單項式**。例如上面的例子中，多項式 x^2、多項式 $-x$ 都是單項式。如果一個單項式不含文字符號，只含有單一的數（也就是只含常數項），如 12、-8、……等，這樣的單項式又稱為**常數多項式**。

練 b、

下列多項式各有哪些項？各項的係數為何？

(1) $-3x+5$　(2) $4y^2-6y+3$

(3) $-\frac{3}{2}x^2+5x-7$　(4) $9x^2-\frac{3}{4}$

在多項式 $6x^2+4x+3$ 中，$6x^2$ 這一項的文字符號 x 的指數是 2，我們說這個項的**次數**是 2，並將 $6x^2$ 稱為二次項（又稱為 x^2 項）。同理，$4x$ 這一項的文字符號 x 的指數是 1，我們說這個項的次數是 1，並將 $4x$ 稱為一次項。

在一個多項式中，我們以次數最高的項的次數為多項式的次數。例如，多項式 $6x^3+\frac{3}{2}x^2+x+7$ 中，$6x^3$ 這一項的次數最高，我們就說這個多項式的次數是 3，稱 $6x^3+\frac{3}{2}x^2+x+7$ 為三次多項式。又因為這個多項式共有 $6x^3$、$\frac{3}{2}x^2$、x、7 四項，所以我們也可以說這個多項式為三次四項式。

常數多項式不含文字符號，因此常數多項式的次數為 0，我們也將常數多項式稱為**零次多項式**。但如果常數多項式所含的數恰好為 0 時，我們稱它為**零多項式**；零多項式不討論次數。

練 c、

下列多項式分別是幾次多項式？

(1) $3x^2-2x+6$　(2) $5x-9$

(3) $-3m^2-5$　(4) a^3+5a+4

【升冪排列】

將多項式的各項，依其變數的次方由小而大的排列。例如：將 $6-x^2+2x+3x^3$ 寫成 $6+2x-x^2+3x^3$。

【降冪排列】

將多項式的各項，依其變數的次方由大而小的排列。例如：將 $6-x^2+2x+3x^3$ 寫成 $3x^3-x^2+2x+6$。

練 d、

(1) 將多項式 $5x^3+6-7x+8x^2$ 依降冪排列。

(2) 將多項式 $5x^3+6-7x+8x^2$ 依升冪排列。

$2x+2y+4x+y=(2x+4x)+(2y+y)=6x+3y$

$2x$、$4x$ 這兩項都只含有文字 x，且 x 的指數相同（雖然它們的係數不同），我們說 $2x$ 和 $4x$ 是**同類項**。同理，$2y$ 和 y 是同類項。

$3x^2y$ 與 $-5x^2y$ 這兩項都含有文字 x 與文字 y，且 x 的指數都是 2，y 的指數都是 1。雖然這兩項的係數不同，但 x 的指數相同，y 的指數也相同。我們說 $3x^2y$ 與 $-5x^2y$ 是同類項。

若兩項所含的文字相同，且相同文字的指數也相同，則這兩項稱為同類項；常數項都是同類項。

練 e、

將下列左右兩邊的同類項連起來：

$5a^2b$ •	• $\frac{9}{2}x$
$-6ab$ •	• 4
$-\frac{3}{2}x^2y$ •	• $-\frac{3}{2}ab$
$4x$ •	• $-6a^2b$
$\frac{9}{2}$ •	• $5x^2y$

例 1、(式子的化簡) 化簡下列各多項式： (1) $4x^2-5x+3-2x^2+3x-4$　　(2) $3a^2+4b^2+2a-4a^2+2b^2$	練 1、 1. 合併下列各多項式的同類項： (1) $-4x+2x=$______　　(2) $3ab-5ab=$______ (3) $-5x^2y+4x^2y=$______　　(4) $6ab^2-(-3ab^2)=$______ 2. 化簡下列各多項式，並將結果依降冪排列。 (1) $6x-2x^2+4x+5-7x^2$　　(2) $x^2-x^4+1+3x^2+2x^4$
例 2、(去刮號運算) 計算下列各式： (1) $(2x-3y+4)+(-4x+6y-3)$　　(2) $(5x^2-3x+6)-(2x^2+6x-8)$	練 2、 計算下列各式： (1) $(-2x^2-3x+4)+(x^2+4x-1)$ (2) $(a^2-a-2)-(-2a^2-a+3)$
例 3、(三個多項式加減混合算) 計算下列各式： (1) $(2x^2-3x+1)+(-3x^2+4x)-(x^2-5x+6)$ (2) $(x^2-2x+6)-[(4x^2-2x+3)+(5x^2-7)]$	練 3、 計算 $(5x^2-3x-6)-(-2x^2+x-8)+(x^2-4x-5)$。
例 3、 將下列多項式併項，並將結果按照降冪排列： (1) $2x-x^2+1+5x$　　(2) $x^2+2-3x-3x^2+5x-4$	練 3、 將下列多項式併項，並將結果按照降冪排列： (1) $6+2x-8+x^2+2x$　　(2) $2x-x^2+7-5x+\frac{1}{2}+x^2$
【多項式的加減法】同類項合併 例 4、(橫式運算和直式運算) 計算 $(-5x^2-2x+5)+(x^2+7x-2)$。 【橫式】 【直式】　　【分離係數法】	練 4、 計算下列各式： (1) $(x^3+x^2)-(x^3+3)$ (2) $(x^2-2x)-(-x^2+2x+5)$

例 5、

分別利用直式及分離係數法求下列各多項式的和：

(1) $(\frac{3}{2}x-3x^2+5)+(7x^2-3)$

(2) $(4x^2-2x)+(-6x^2+5x+6)+(5x^2-7x-3)$

練 5、

(1) 利用直式計算 $(2x-5x^2+3)+(3x^2-6+4x)+(-x^2+8x)$。

(2) 利用分離係數法計算 $(-5x^2+6)+(3x^2-2x)$。

例 6、(直式、橫式、分離係數法綜合比較)

計算 $(x^2-5x+6)-(-4x+5x^2-3)$。

橫式】

【直式】 【分離係數法】

練 6、

(1) 利用直式計算 $(-5x^2-3x+5)-(4x^2-2x+3)$。

(2) 利用分離係數法計算 $(3x^2-6)-(-2x^2+4x-3)$。

例 7、(以文字符號代表多項式)

已知多項式 $A=x^2-6x+1$，多項式 $B=5x-6$，多項式 $C=-7x^2+9$，試計算 $A+B-C$。

例 8、

已知 A 為一多項式，且 $A+(-x^3-6x^2+5)=3x^3+2x-8$，求 A。

練 7、

已知 A 為一多項式，且 $A-(-5x^3+7x^2-9x+5)=8x^3-6x+1$，求 A。

【重點回顧】

1. 多項式：由數和文字符號進行乘法和加法運算所構成的式子，稱為多項式。例如，$3x+5$、$2x^2-3x+1$ 是 x 的多項式；$6y^2-3y$ 是 y 的多項式；$2x+3y$、$x^2-2xy+y^2$ 是 x、y 的多項式。
2. 項與係數：多項式 $3x^2-2x+1$ 中，$3x^2$、$-2x$、1 都稱為這個多項式的項。$3x^2$ 這一項中，3 是 x^2 的係數；$-2x$ 這一項中，-2 是 x 的係數；1 稱為常數項。
3. 多項式的次數：在一個多項式中，以次數最高的項的次數為多項式的次數。例如，$3x^2-5$ 的次數為 2，$5x+3$ 的次數為 1。不為 0 的常數多項式，次數為 0；零多項式不討論次數。
4. 降冪排列：將一個多項式的各項按某一文字符號的次數由大到小排列，這種排列方式稱為降冪排列，如 $3x^3-2x^2-5x+1$。
5. 升冪排列：將一個多項式的各項按某一文字符號的次數由小到大排列，這種排列方式稱為升冪排列，如 $6-3y+2y^2$。
6. 同類項：兩項所含的文字符號相同，且相同文字符號的指數也相同，稱為同類項；常數項都是同類項。
7. 橫式運算：用橫式做多項式加、減運算時，如果有括號，應先去括號，再合併同類項。
8. 直式運算：用直式做多項式加、減運算時，通常先把多項式按降冪排列，並將同類項對齊，再將係數相加或相減。
9. 分離係數法：分離係數法是在直式運算中，省略文字符號，只寫出各項係數。在寫出係數時，遇到缺項，通常都補 0。

【自我評量】

1. 下列多項式各有哪些項？各項的係數為何？它們分別是幾次多項式？

(1) $2x^2-3x+1$

(2) $3a^2-5$

(3) $4n^2-\dfrac{5}{2}n$

(4) x^3-8

2. 計算下列各式，並將結果依降冪排列：

(1) $(x^2-5x+6)+(8x^2+9x-11)$

(2) $(2x^2-\dfrac{3}{2}x+4)+(3x^2+\dfrac{5}{2}x-5)$

(4) $(x^3-5x^2+8x+7)-(x^3+6x^2+3x+6)$

(3) $(-7x^2-6x+1)-(3x^2+2x-4)$

(5) $(3x^2-5)+(4x-5x^2+1)-(-2x+3)$

(6) $(3x^2-2x)-[(5x^2+6x+1)-(4x^2+3)]$

3. 利用直式計算下列各式：

(1) $(4x^2-2x+3)+(2x^2+4x-5)$

(2) $(-6x-2x^2)+(3x^2+7+5x)$

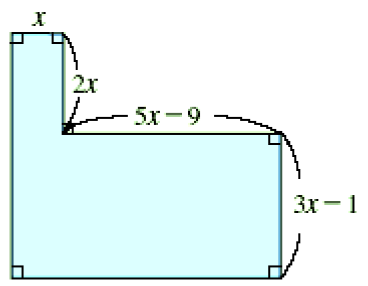
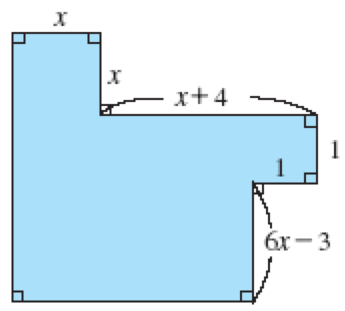
4. 利用分離係數法計算下列各式：

(1) $(6x-2x^2+3)+(-3x^2-6+5x)+(x^2-4x+1)$

(2) $(3x^2-4x+5)-(-5x^2+2x-3)$

1-2 多項式的乘法與乘法公式

例 1、(單項式乘以單項式) 求下列各式的乘積： (1) $5x\cdot 3x$ (2) $(-2x)\cdot 3y$ (3) $\frac{2}{3}x^2y\cdot\frac{1}{2}y^2$	練 1、 求下列各式的乘積： (1) $(-3x)\cdot 5x$ (2) $3x\cdot 7y$ (3) $x^2y\cdot xy^3$
例 2、(單項式乘以多項式) 展開下列各式： (1) $\frac{3}{2}x(2x^2-4x+6)$ (2) $a^2b(a+5b)$	練 2、 展開下列各式： (1) $-3x(\frac{2}{3}x+6)$ (2) $\frac{5}{2}a^2(\frac{6}{5}a-\frac{2}{3}b)$
例 3、(多項式乘以多項式) 展開 $(5x-3)(x+4)$。	練 3、 $(4x-3)(2x+5)$
例 4、 展開 $(5x-2)(3x-4)$。	練 4、 展開下列各式： (1) $(x-4)(3x-2)$ (2) $(2x+3)(x-2)$
例 5、(立方和) 展開 $(x+y)(x^2-xy+y^2)$。	練 5、(立方差) 展開 $(x-y)(x^2+xy+y^2)$。
例 6、 利用直式乘法與分離係數法展開 $(4x+2)(2x-1)$。	例 7、 利用直式乘法與分離係數法展開 $(2x^2-5)(3x-6)$。

<table>
<tr>
<td>練 7、
(1)利用直式乘法展開 $(2x-5)(3x+7)$。</td>
<td>(2)利用分離係數法展開 $(3x^2+4x-1)(-5x+2)$。</td>
</tr>
<tr>
<td>例 8、(以文字符號代表多項式)
已知多項式 $A=-x+5$，多項式 $B=8x^2-6x+9$，多項式 $C=4x-3$，求 $A\cdot C+B$。</td>
<td>練 8、
已知多項式 $A=\frac{1}{2}x-5$，多項式 $B=4x+6$，多項式 $C=-3x+2$，求 $A\cdot B+B\cdot C$。</td>
</tr>
<tr>
<td>例 9、(以多項式表示周長與面積)
如圖，求灰色區域周長與面積。

</td>
<td>練 9、
如圖，求灰色區域周長與面積。

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">乘法公式：
【和的平方公式】　【差的平方公式】　【平方差公式】</td>
</tr>
</table>

例 10、	練 10、
利用和的平方公式，計算下列各式的值： (1) 61^2　　(2) $(100\frac{1}{2})^2$	1. 利用和的平方公式，在下列空格內填入適當的數： (1) $83^2=(80+3)^2=80^2+2\cdot 80\cdot$ ____ $+$ ____ $=$ ________ (2) $305^2=(300+5)^2=$ ____ $+2\cdot$ ____ $\cdot 5+5^2$ $=$ ________ 2. 利用和的平方公式，計算下列各式的值： (1) $(30.5)^2$　　(2) 1006^2
例 11、	練 11、
展開 $(x+3)^2$。	展開下列各式： (1) $(x+7)^2$　　(2) $(y+5)^2$　　(3) $(6+x)^2$
例 12、	練 12、
展開 $(2x+3y)^2$。	展開下列各式： (1) $(2x+7y)^2$ (2) $(3a+4b)^2$ (3) $(8b+5a)^2$
動動腦 a、b 為任意數，將 $(a-b)^2$ 化成 $[a+(-b)]^2$ 後，試利用和的平方公式推導出差的平方公式。	
例 13、	練 13、
利用差的平方公式，計算下列各式的值： (1) 38^2　　(2) $(0.99)^2$	1. 利用差的平方公式，在下列空格內填入適當的數： (1) $98^2=(100-2)^2=100^2-2\cdot 100\cdot$ ____ $+$ ____ $=$ ________ (2) $77^2=($ ____ $-3)^2=80^2-2\cdot 80\cdot$ ____ $+$ ____ $=$ ________ 2. 利用差的平方公式，求 1996^2 的值。

例 14、 展開 $(x-6)^2$。	練 14、 展開下列各式： (1) $(x-7)^2$ (2) $(y-5)^2$ (3) $(6-x)^2$
例 15、 展開 $(2x-3y)^2$。	練 15、 展開下列各式： (1) $(4x-7y)^2$ (2) $(3x-5y)^2$ (3) $(6y-5x)^2$
例 16、 利用平方差公式，計算下列各式的值： (1) 93．87 (2) $10\frac{1}{3}\cdot 9\frac{2}{3}$	練 16、 1.利用平方差公式，在下列空格內填入適當的數： (1) $203\cdot 197=(200+\_\_\_\_)(200-\_\_\_\_)=(\_\_\_\_)^2-(\_\_\_\_)^2$ $=\_\_\_\_\_\_$ (2) $100\frac{1}{2}\cdot 99\frac{1}{2}=(\_\_\_\_+\frac{1}{2})(\_\_\_\_-\frac{1}{2})=(\_\_\_\_)^2-(\_\_\_\_)^2$ $=\_\_\_\_\_\_$ 2. 利用平方差公式，求 1006．994 的值。
例 17、 展開 $(x+3)(x-3)$。	練 17、 展開下列各式： (1) $(2a+3)(2a-3)$ (2) $(3a-5)(3a+5)$
例 18、 展開 $(5x+3y)(5x-3y)$。	練 18、 展開下列各式： (1) $(3a+4b)(3a-4b)$ (2) $(4a-7b)(4a+7b)$
例 19、 展開 $(2x-5)^2(3x-4)$。	練 19、 展開下列各式： (1) $(3x+2)^2(5x-1)$ (2) $(x+6)(x-6)(2x+3)$

【重點回顧】

1. 兩單項式相乘時，係數與係數相乘，文字符號與文字符號相乘。
2. 一個單項式乘以一個多項式的積，就是單項式與多項式的每一項乘積的和。
3. a、b、c、d 為任意數，利用分配律得
   $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
4. 兩多項式相乘的結果，是其中一個多項式的每一項與另一個多項式的每一項乘積的和。
5. 展開多項式的乘積時，可用橫式、直式與分離係數法。
6. 和的平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$。
7. 差的平方公式：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$。

   完全平方公式（6、7）
8. 平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$。

1-2 自我評量

1. 展開下列各式：

(1) $\frac{5}{4}x^2(3x+4)$　　(2) $ab(-a+2b)$

2. 利用橫式展開下列各式：

(1) $(-2x+3)(3x+5)$

(2) $(5x-2)(x^2+2x-3)$

(3) $(x+2y)(-3x-5y)$

3. 利用直式展開下列各式：

(1) $(2x-7)(-4x+3)$　　(2) $(4x^2-2x+1)(3x+2)$

4. 利用分離係數法展開下列各式：

(1) $(-x+8)(2x-1)$　　(2) $(x-5)(-3x-6)$

5. 利用乘法公式計算下列各式的值：

(1) 2001^2　　(2) 998^2

(3) $402 \cdot 398$

6. 利用乘法公式展開下列各式：

(1) $(2x+3)^2$　　(2) $(3x+2y)^2$

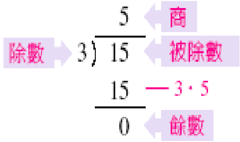
(3) $(a^2-b)^2$　　(4) $(x^2-5x)^2$

(5) $(2x+3)(2x-3)$　　(6) $(3x-2y)(3x+2y)$

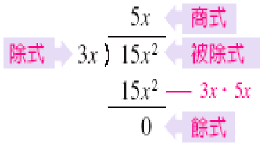
7. 展開 $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$。

1-3 多項式的除法

在小學時，我們已學會利用直式進行整數的除法。例如，$15\div3$ 的直式除法寫成



兩多項式相除也可利用直式計算。例如，要計算 $15x^2\div3x$ 的結果，可寫成直式如下：



所以 $15x^2\div3x=5x$。

在下列空格中填入適當的多項式：

(1) $4x^2\div(-2x)=$ ＿＿＿＿＿

(2) $(-27x)\div(-3x)=$ ＿＿＿＿＿

(3) ① $2x\cdot$ ＿＿＿ $=7x^2$；② $7x^2\div2x=$ ＿＿＿

(4) ① $\frac{3}{2}x\cdot$ ＿＿＿ $=6x^2$；② $6x^2\div\frac{3}{2}x=$ ＿＿＿

例 1、

求下列各式的商式及餘式：

(1) $(5x^2-4x)\div x$　　(2) $(6x^2+7x-3)\div2x$

練 1、

求下列各式的商式及餘式：

(1) $(9x^2-6x)\div3x$　　(2) $(4x^2+10x-2)\div(-2x)$

例 2、

求 $(4x^2-2x+5)\div(2x+1)$ 的商式及餘式。

練 2、

求 $(6x^2-11x+4)\div(3x-1)$ 的商式及餘式。

例 3、

求 $(-8x^2+14x-5)\div(-4x+5)$ 的商式與餘式。

練 3、

(1) 求 $(-15x^2+38x-7)\div(3x-7)$ 的商式與餘式，並利用「被除式＝除式・商式＋餘式」檢驗計算結果是否正確。

(2) 求 $(-2x^2-3x+25)\div(-2x+5)$ 的商式與餘式，並利用「被除式＝除式・商式＋餘式」檢驗計算結果是否正確。

例 4、 (1) 求 $(3x^2+6x+1)\div(3x+5)$ 的商式及餘式。 (2) 求 $(x^2-2x+1)\div(2x+1)$ 的商式及餘式。	練 4、 求 $(x^2-3x+1)\div(2x-3)$ 的商式及餘式，並利用「被除式＝除式．商式＋餘式」檢驗計算結果是否正確。
例 5、 求 $(x^3+3x^2-5x+1)\div(x+1)$ 的商式及餘式。	練 5、 求 $(2x^3-3x^2-5x+12)\div(x+3)$ 的商式及餘式。
例 6、 求下列各多項式除法的商式及餘式： (1) $(x^2-2x-3)\div(x-1)$　(2) $(4x^2+1)\div(2x+1)$ (3) $(x^3+1)\div(x+1)$	練 6、 求下列各多項式除法的商式及餘式： (1) $(3x^2-5)\div(x+1)$　(2) $(x^3+27)\div(x+3)$
例 7、 有一長方形的長為 A 公分，寬為 $-x+8$ 公分，面積為 $-4x^2+39x-56$ 平方公分，求 A。（以 x 的多項式表示）	練 7、 有一三角形的底為 $2x-3$ 公分，面積為 $4x^2-5x-\frac{3}{2}$ 平方公分，求此三角形的高。

【重點回顧】

1. 在多項式除法中，餘式不為 0 時，餘式的次數必小於除式的次數；餘式為 0 時，即為整除。

2. 多項式除法滿足「被除式＝除式．商式＋餘式」的關係，我們可以利用這個關係式來檢驗求得的商式與餘式是否正確。

3. 多項式除以多項式時，先按同一文字符號做降冪排列，再用直式算法來演算。

4. 除法也可以用分離係數法來演算。和乘法一樣，用分離係數法計算除法時，如果有缺項都必須補 0。

1-3 自我評量

1.在下列空格中填入適當的式子：

(1) $6x^2 \div (-5x) =$ ＿＿＿＿＿＿

(2) $7x^2 \div 3x =$ ＿＿＿＿＿＿

(3) $(6a^2+4a) \div 2a =$ ＿＿＿＿＿＿

(4) $(6y-4y^2+8y^3) \div 2y =$ ＿＿＿＿＿＿

2.求下列各多項式除法的商式及餘式：

(1) $(6x^2-3x+5) \div 5x$

(2) $(x^2+5x+6) \div (x+2)$

(3) $(2x^2+3x+4) \div (x+1)$

(4) $(16x^2-10) \div (4x-1)$

(5) $(4x^2+3x+2) \div (2x+3)$

(6) $(-2x^2+13x-18) \div (2x-3)$

(7) $(2x^3-3x^2-6x+7) \div (x+2)$

(8) $(x^3-8) \div (x-2)$

3.已知 A 為一多項式，且 $A \cdot (4x-3) = -20x^2+47x-24$，求 A。（以 x 的多項式表示）

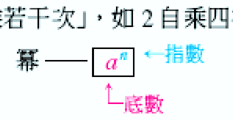
【數學萬花筒】

冪的故事

「冪」原本的字義是「覆蓋器物的布巾」，後來引申為凡是方形的東西都叫「冪」。

我國古代的數學典籍九章算術卷一＜方田＞中，有一段敘述：「廣從步數相乘得積步。」劉徽注：「此積謂田冪，凡廣從相乘謂之冪。」田表示平面圖形，廣指的是長方形的寬，從指的是長方形的長，步是長度單位，積步是以平方步表示面積；因此長方形的長與寬相乘的積稱為冪。這是「冪」字第一次出現在數學典籍中。

在本章課文中提到「將計算的結果依降(升)冪排列」，這裡所說的「冪」指的是「同一數自乘若干次」，如 2 自乘四次，就是 2 的四次冪。



2-1 二次方根的意義

我們知道「正方形的面積＝邊長的平方」，而且正方形的面積越大，則其邊長越大；相對地，邊長越大的正方形，其面積越大。由圖 2-2 我們可以推測出：面積為 2 的正方形，它的邊長是一個介於 1 和 2 之間的正數。

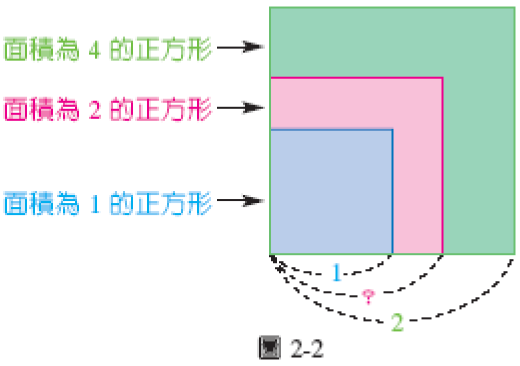


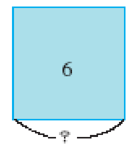
圖 2-2

一個正數的平方等於 2，數學上將這個正數記為 $\sqrt{2}$，讀作「**根號** 2」。也就是說，$\sqrt{2}$ 是一個正數，且 $(\sqrt{2})^2=2$。同樣地，若某正數的平方等於 3，則該數記為 $\sqrt{3}$，讀作「根號 3」。$\sqrt{3}$ 是一個正數，且 $(\sqrt{3})^2=3$。一般而言，

任意一個大於零的數，若其平方為 a，則該數可記為 $\sqrt{a}$，即 $(\sqrt{a})^2=a$。

練習：

(1) 如右圖，正方形面積為 6，則其邊長可記為_______。
(2) 若甲數＞0，且（甲數）^{2}＝7，則甲數可記為_______。
(3) 若乙數＞0，且（乙數）^{2}＝13，則乙數可記為_______。



例 1、

有一個正方形其邊長為 $\sqrt{5}$ 公分，請問此正方形的面積是多少平方公分？

練 1、

在下列空格中填入適當的數：

(1) $(\sqrt{7})^2=$_______ (2) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2=$_______

(3) $(\sqrt{9})^2=$_______ (4) $(\sqrt{14})^2=$_______

(5) $(\sqrt{56})^2=$_______ (6) $\left(\sqrt{\frac{1}{4}}\right)^2=$_______

一年級時我們學過相反數。例如，3 的相反數為 -3，$\frac{2}{3}$ 的相反數為 $-\frac{2}{3}$。延伸這個概念，$\sqrt{7}$ 的相反數為 $-\sqrt{7}$，$\sqrt{\frac{2}{3}}$ 的相反數為 $-\sqrt{\frac{2}{3}}$。也就是說，

$\sqrt{a}$（$a>0$）的相反數為 $-\sqrt{a}$。

練習：

1. 在下列空格中填入適當的數：
   (1) $\sqrt{8}$ 的相反數為_______。 (2) $-\sqrt{15}$ 的相反數為_______。
2. 若甲數＋乙數＝0，且甲數＝$\sqrt{3}$，則乙數＝_______。

【平方根的意義】

「若 $m^2=4$，求 m 的值。」它的意義是求哪些數的平方等於 4。因為 $2^2=4$，且 $(-2)^2=4$，所以 m 的值為 2 或 -2，可合併記成 $m=\pm2$。

同樣的道理，若 $m^2=2$，則 m 的值為何？

因為 $(\sqrt{2})^2=2$

$(-\sqrt{2})^2=(-\sqrt{2})\cdot(-\sqrt{2})$
$=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$
$=(\sqrt{2})^2=2$

所以 m 的值為 $\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$，合併記成 $m=\pm\sqrt{2}$。

若 $m^2=a$（$a>0$），則 m 的值為何？

因為 $(\sqrt{a})^2=a$，$(-\sqrt{a})^2=a$，所以 $m=\sqrt{a}$ 或 $m=-\sqrt{a}$，合併記成 $m=\pm\sqrt{a}$。

事實上，$(\sqrt{a})^2=a$，$(-\sqrt{a})^2=a$，數學上把 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$ 都稱為 a 的**平方根**（也稱為**二次方根**），其中 $\sqrt{a}$ 稱為 a 的正平方根，$-\sqrt{a}$ 稱為 a 的負平方根。換句話說，$m^2=a$ 時，m（$=\pm\sqrt{a}$）稱為 a 的平方根。例如，$(\sqrt{3})^2=3$，$(-\sqrt{3})^2=3$，所以 $\sqrt{3}$ 與 $-\sqrt{3}$ 都稱為 3 的平方根，也就是說 3 的平方根為 $\sqrt{3}$ 與 $-\sqrt{3}$，合併記成 $\pm\sqrt{3}$。

若 $a>0$，則 a 的平方根為 $\pm\sqrt{a}$。

例 2、

求下列各數的平方根：

(1) 17 (2) $\frac{2}{7}$ (3) $1\frac{1}{2}$

練 2、

(1) 101 的平方根為_______。

(2) 2.3 的平方根為_______。

根據平方根的定義，因為 $0^2=0$，所以 0 的平方根為 0。我們也知道，$(\text{正數})^2=\text{正數}$，$(\text{負數})^2=\text{正數}$，所以有關負數的平方根，在本教材中不進行討論。

每一個正數 a 都有兩個平方根 $\pm\sqrt{a}$，這兩個平方根互為相反數；而 0 的平方根為 0。

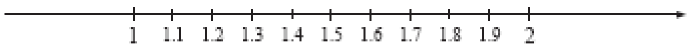
【十分逼近法】

$\sqrt{2}$ 十分逼近法

$1 < \sqrt{2} < 2$

$(1.4)^2 = 1.96 < 2 < (1.5)^2 = 2.25$

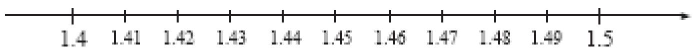
$1.4 < \sqrt{2} < 1.5$



$1.41^2 = 1.9881 < 2$　　得　$1.41 < \sqrt{2}$

$1.42^2 = 2.0164 > 2$　　得　$1.42 > \sqrt{2}$

$1.41 < \sqrt{2} < 1.42$



練習、

以十分逼近法求 $\sqrt{5}$ 的近似值。(以無條件捨去法求到小數第一位)

【查表法】

例 3、

利用右表查出下列各數的值(或近似值):

(1) 34^2　(2) $\sqrt{7}$　(3) $\sqrt{20}$

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
2	4	1.414 214	4.472 136
7	49	2.645 751	8.366 600
34	1156	5.830 952	18.439 09

練 3、

請由課本附錄的乘方開方表查出 $\sqrt{29} \fallingdotseq$ ______,$\sqrt{170} \fallingdotseq$ ______。(以四捨五入法取到小數第三位)

【電算器】

請用電算器求出 $\sqrt{3}$ 的近似值為________。(以四捨五入法取到小數第三位)

如果一個數可以化成 $\frac{q}{p}$ 的形式(其中 p、q 為整數,且 $p \neq 0$),我們就稱這個數為**有理數**。例如,$\frac{3}{2}$、$5(=\frac{5}{1})$、$-0.5(=\frac{-1}{2})$、……都是有理數。然而像 $\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$ 這樣的數,無法化成 $\frac{q}{p}$ 的形式(其中 p、q 為整數,且 $p \neq 0$),我們將這樣的數稱為**無理數**。

【$\sqrt{a}$ 的化簡】

我們知道,邊長為 2 的正方形,其面積為 $2^2=4$。又根據根號的定義,面積為 4 的正方形,其邊長為 $\sqrt{4}$,所以 $\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$。

同樣地,邊長為 $\frac{3}{2}$ 的正方形,其面積為 $(\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$。又根據根號的定義,面積為 $\frac{9}{4}$ 的正方形,其邊長為 $\sqrt{\frac{9}{4}}$,所以 $\sqrt{\frac{9}{4}}=\sqrt{(\frac{3}{2})^2}=\frac{3}{2}$。

下列根號內各數都是某有理數的平方,試計算下列各數:

(1) $\sqrt{81}=$ ______　(2) $\sqrt{1.21}=$ ______

(3) $\sqrt{\frac{25}{36}}=$ ______　(4) $\sqrt{0.36}=$ ______

(5) $\sqrt{16900}=$ ______　(6) $\sqrt{\frac{49}{64}}=$ ______

由上面的說明及隨堂練習,我們歸納出:

若 $a \geqq 0$,則 $\sqrt{a^2}=a$。

例 4、

下列根號內各數都是某有理數的平方，試計算下列各數：

⑴ $\sqrt{784}$　⑵ $\sqrt{\frac{1764}{625}}$　⑶ $\sqrt{10.89}$

練 4、

下列根號內各數都是某有理數的平方，試計算下列各數：

⑴ $\sqrt{324}=$ ______

⑵ $\sqrt{\frac{1225}{1024}}=$ ______

⑶ $\sqrt{4.41}=$ ______

例 5、

下列各數都是某有理數的平方，試計算下列各數的平方根：

⑴ 196　⑵ $\frac{16}{2025}$　⑶ $2\frac{1}{4}$

練 5、

下列各數都是某有理數的平方，試計算下列各數的平方根：

⑴ 2304

⑵ $1\frac{21}{100}$

⑶ $\frac{16}{289}$

⑷ 4.84

【重點回顧】

1. 正方形面積為 a 時，其邊長可用 $\sqrt{a}$ 表示。
2. 若 $a\geqq 0$，則 $(\sqrt{a})^2=a$。
3. 當 $a\geqq 0$ 時，$\sqrt{a^2}=a$。
4. 若 $a\geqq 0$，$\sqrt{a}$ 的相反數為 $-\sqrt{a}$。
5. $m^2=a$ 時，a 是 m 的平方，m 是 a 的平方根。
6. ⑴ $m^2=a$，則 $m=\pm\sqrt{a}$。
   ⑵ 若 $a\geqq 0$，則 a 的平方根為 $\sqrt{a}$ 與 $-\sqrt{a}$，合併記成 $\pm\sqrt{a}$。
7. ⑴ 每一個正數 a 都有兩個平方根 $\pm\sqrt{a}$，這兩個平方根互為相反數。
   ⑵ 0 的平方根為 0。

2-1 自我評量

1. 在下列空格中填入適當的數：

⑴ $(-\sqrt{18})^2=$ ______　⑵ $(\sqrt{\frac{3}{5}})^2=$ ______

⑶ $(\sqrt{16})^2=$ ______　⑷ $(-\sqrt{1.3})^2=$ ______

2. 計算下列各數：

⑴ $\sqrt{1}$　⑵ $\sqrt{484}$　⑶ $\sqrt{529}$

3. 計算下列各數：

⑴ $\sqrt{\frac{16}{121}}$　⑵ $\sqrt{1\frac{11}{25}}$　⑶ $\sqrt{\frac{27}{12}}$

4. 計算下列各數：

(1) $\sqrt{0.16}$　(2) $\sqrt{3.61}$　(3) $\sqrt{6.25}$

5. 已知正方形面積為 19600 平方公分，求其邊長。

6. 求下列各數的平方根：

(1) 1　(2) 6　(3) 144

(4) $\frac{49}{16}$　(5) 6.76

7. (1) 若 $x^2=169$，則 $x=$？

(2) 若 $m^2=23$，且 $m<0$，則 $m=$？

8. 以十分逼近法求 $\sqrt{11}$ 的近似值到小數第一位時，請依下列各小題所提供的數據，按步驟回答下列問題：

(1) 因為 $1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，$4^2=16$，所以 $\sqrt{11}$ 在哪兩個連續整數之間？

答：_____ $<\sqrt{11}<$ _____。

(2) 因為 $(3.1)^2=9.61$，$(3.2)^2=10.24$，$(3.3)^2=10.89$，$(3.4)^2=11.56$，所以 $\sqrt{11}$ 在哪兩個連續一位小數之間？

答：_____ $<\sqrt{11}<$ _____。

(3) 因為 $(3.31)^2=10.9561$，$(3.32)^2=11.0224$，$(3.33)^2=11.0889$，所以 $\sqrt{11}$ 在哪兩個連續二位小數之間？

答：_____ $<\sqrt{11}<$ _____。

(4) 以四捨五入法取 $\sqrt{11}$ 的近似值到小數第一位得_____。

9. 利用右表查出下列各數的近似值：

(1) $\sqrt{230}\fallingdotseq$________。

(2) $\sqrt{18}\fallingdotseq$________。

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
18	324	4.242	13.416
23	529	4.795	15.165
29	841	5.385	17.029

2-2 根式的運算

含有根號的式子就叫做**根式**。例如，$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}+\sqrt{2}$、$\sqrt{2}-1$、$2\cdot\sqrt{5}$、… 等都叫做根式。在這一節和下一節中，我們將學習如何進行根式的運算。

以前我們學過有理數的運算具有交換律與結合律。那麼，像 $\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$、……等，這些無理數的運算，是否也具有同樣的運算規則呢？

若一個長方形的長是$\sqrt{3}$，寬是$\sqrt{2}$，如圖 2-5，則此長方形的面積可記錄為 $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$，也可以記錄為 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$。而 $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$ 與 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$ 都表示此長方形的面積，所以 $\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$。也就是說，

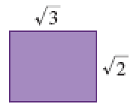


圖 2-5

根式的運算合乎乘法交換律：$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{b}\cdot\sqrt{a}$，其中 a、$b\geq 0$。

如圖 2-6，長方體的長、寬、高分別為 $\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$，則

長方體的體積＝長・寬・高＝$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$

長方體的體積＝底面積・高＝$(\sqrt{2}\cdot\sqrt{3})\cdot\sqrt{5}$

長方體的體積＝底面積・高＝$(\sqrt{3}\cdot\sqrt{5})\cdot\sqrt{2}$

所以 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}=(\sqrt{2}\cdot\sqrt{3})\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2}\cdot(\sqrt{3}\cdot\sqrt{5})$。

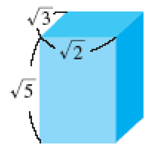


圖 2-6

綜合上述可知，

根式的運算合乎乘法結合律：
$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\cdot\sqrt{c}=(\sqrt{a}\cdot\sqrt{b})\cdot\sqrt{c}=\sqrt{a}\cdot(\sqrt{b}\cdot\sqrt{c})$
其中 a、b、$c\geq 0$。

【根式的乘法】 若 a、b 為正數或零，則 $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$。

計算 $\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

例 1、

求下列各根式的乘積：

(1) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$　　(2) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{\frac{5}{3}}$　　(3) $\sqrt{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt{\frac{25}{2}}$

【最簡根式】

在進行根式的運算時，我們常將 $\sqrt{45}$ 整理成 $3\sqrt{5}$，像這樣將 $\sqrt{a}$ 化成 $r\sqrt{n}$ 的形式，其中 r 是一個有理數，n 是一個正整數，且 n 的因數中不含有質數的平方，這種根式就稱為**最簡根式**。事實上，當一個根式有下列任何一種情形時，就不是最簡根式：

(1) 根號內是正整數，但此正整數的因數中含有質數的平方。
例如，$\sqrt{12}$ 不是最簡根式。因為 12 的因數為 1、2、3、4、6、12，其中因數 4 為質數 2 的平方。

(2) 根號內有分數。例如，$\sqrt{\frac{2}{3}}$不是最簡根式。

(3) 分母有根式。例如，$\frac{5}{\sqrt{2}}$不是最簡根式。

練習：

下列根式中，哪些是最簡根式？

$\sqrt{18}$，$\sqrt{25}$，$\sqrt{15}$，$\frac{2}{3}\sqrt{6}$，$\frac{\sqrt{24}}{2}$，$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

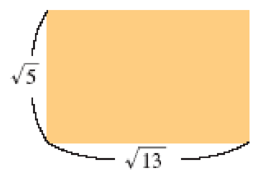
練 1、

1. 求下列各根式的乘積：

(1) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{14}$　　(2) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{28}$

(3) $\sqrt{\frac{5}{3}}\cdot\sqrt{\frac{9}{5}}$　　(4) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{1}{3}}$

2. 如右圖，已知一長方形的長是 $\sqrt{13}$ 公分，寬是 $\sqrt{5}$ 公分，求長方形的面積。



例 2、 將下列各式化為最簡根式： (1) $\sqrt{5^2\cdot 3}$ (2) $\sqrt{2^5\cdot 3^2}$	練 2、 將下列各式化為最簡根式： (1) $\sqrt{2^4\cdot 3^3}$ (2) $\sqrt{2^5\cdot 5^3}$
例 3、 請將 $\sqrt{108}$ 化為最簡根式。	練 3、 將下列各式化為最簡根式： (1) $\sqrt{27}$ (2) $\sqrt{50}$ (3) $\sqrt{80}$ (4) $3\sqrt{12}$

【根式的乘法】 若 $a\geqq 0$，$b>0$，則 $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$。

計算 $\sqrt{11}\div\sqrt{3}$

例 4、 將下列各式化為最簡根式： (1) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ (2) $\dfrac{4}{3\sqrt{5}}$ (3) $\sqrt{\dfrac{7}{18}}$	練 4、 將下列各式化為最簡根式： (1) $\sqrt{\dfrac{7}{12}}$ (2) $\sqrt{\dfrac{1}{3}}$ (3) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$
例 5、 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： (1) $\sqrt{52}\div\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{6}\div\sqrt{12}$	例 6、 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： (1) $\sqrt{\dfrac{2}{5}}\div\sqrt{\dfrac{6}{5}}$ (2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$

練 6、 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \div \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$　(2) $\sqrt{\dfrac{5}{4}} \div \sqrt{\dfrac{8}{5}}$	例 7、 利用右表查出下列各數的近似值： (1) $\sqrt{1800}$ (2) $\sqrt{2.3}$ (3) $\sqrt{261}$
練 7、 請由課本附錄的乘方開方表查出下列各數的近似值：（以四捨五入法取到小數第三位） (1) $\sqrt{0.83} \fallingdotseq$ ____________ (2) $\sqrt{80000} \fallingdotseq$ ____________ (3) $\sqrt{3.51} \fallingdotseq$ ____________	
【根式的加減】同類方根合併 例 8、 計算 $7\sqrt{3}-3\sqrt{3}$。	練 8、 計算下列各式： (1) $\sqrt{2}+4\sqrt{2}$　(2) $5\sqrt{7}-2\sqrt{7}$ (3) $6\sqrt{6}-\sqrt{6}$　(4) $5\sqrt{3}-7\sqrt{3}$
【動動腦】 利用電算器分別計算 $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{5}$，它們的近似值相等嗎？	
例 9、 計算下列各式： (1) $\sqrt{98}+\sqrt{72}$　(2) $\sqrt{108}-5\sqrt{12}$	練 9、 計算下列各式： (1) $3\sqrt{8}+\sqrt{18}$　(2) $\sqrt{45}-2\sqrt{20}$ (3) $5\sqrt{24}+3\sqrt{54}$　(4) $4\sqrt{12}-2\sqrt{27}-\sqrt{3}$
例 10、 計算下列各式： (1) $5(1+\frac{2}{5}\sqrt{6})$　(2) $-3(\sqrt{49}-\frac{1}{2}\sqrt{2})$ (3) $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$　(4) $5(1+\frac{2}{5}\sqrt{6})-3(\sqrt{25}-\frac{1}{3}\sqrt{6})$	練 10、 計算下列各式： (1) $4(\sqrt{20}-\sqrt{9})$　(2) $4(2-\frac{1}{4}\sqrt{3})-3(5-\frac{2}{3}\sqrt{3})$ (3) $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$

例 7 表：

N	N^2	$\sqrt{N}$	$\sqrt{10N}$
18	324	4.242	13.416
23	529	4.795	15.165
29	841	5.385	17.029

例 11、	練 11、
計算下列各式： (1) $3\sqrt{8}+\sqrt{27}+\sqrt{18}-\sqrt{48}$　(2) $\frac{3}{\sqrt{2}}+4\sqrt{2}$	計算下列各式： (1) $5(\sqrt{98}-\sqrt{75})-2(3\sqrt{2}+4\sqrt{3})$　(2) $\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{3}\sqrt{3}$
例 12、	練 12、
利用乘法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 展開 $(3+\sqrt{5})^2$，並化簡其結果。	利用乘法公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 展開 $(4-\sqrt{3})^2$，並化簡其結果。
例 13、	練 13、
利用乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 展開 $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$。	利用乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 展開 $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})$。
例 14、	練 14、
利用乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 化簡 $\frac{3}{\sqrt{6}-2}$。	化簡下列各式： (1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$　(2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$　(3) $\frac{1}{\sqrt{3}+2}$
【重點回顧】 1. 若 $a\geqq 0$，$b\geqq 0$，則 $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}$。 2. 最簡根式：將 $\sqrt{a}$ 化成 $r\sqrt{n}$ 的形式，其中 r 是一個有理數，n 是一個正整數，且 n 的因數中不含有質數的平方，這種根式就稱為最簡根式。 3. 若 $a\geqq 0$，$b>0$，則 $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$。 4. 同類方根：針對兩個或兩個以上的方根化為最簡根式後，如果根號內的數相同，這種方根就叫做同類方根。 5. 根式做加減運算時，要將同類方根合併；不是同類方根，就無法合併。 6. 若 $a>0$，$b>0$，則化簡分母為 $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$、$\sqrt{a}\pm b$ 或 $a\pm\sqrt{b}$ 的根式時，可以利用平方差公式把分母的根號消去。	

2-2 自我評量

1. 將下列各式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{45}$　(2) $\sqrt{2^5 \cdot 3^3}$　(3) $\sqrt{\frac{3}{2}}$　(4) $\sqrt{\frac{5}{24}}$

2. 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{3}$　(2) $\sqrt{\frac{125}{4}} \cdot \sqrt{\frac{32}{5}}$　(3) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{98}$　(4) $\sqrt{(-3)^2} \cdot \sqrt{4}$

(5) $\sqrt{\frac{4}{9}} \div \sqrt{\frac{4}{3}}$　(6) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

3. 已知 $\sqrt{87} \fallingdotseq 9.327$，$\sqrt{870} \fallingdotseq 29.496$，則 $\sqrt{87000} \fallingdotseq$ __________，$\sqrt{8.7} \fallingdotseq$ __________。

4. 化簡下列各式：

(1) $3\sqrt{6} - 8\sqrt{6}$　(2) $\sqrt{72} - \sqrt{32}$　(3) $\frac{3}{\sqrt{3}} + \sqrt{27}$　(4) $\sqrt{75} - 2\sqrt{48}$

(5) $\sqrt{5}(\sqrt{15} + \sqrt{3})$　(6) $3\sqrt{24} + \sqrt{96} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$

5. 利用乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展開 $(\sqrt{3} + \sqrt{6})^2$，並化簡其結果。

6. 利用乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 展開 $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(3\sqrt{2} - \sqrt{5})$。

7. 利用乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 化簡 $\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{5}}$。

8. 計算下列各式：

(1) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$　(2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2} - 1}$