

一、 二元一次式的列式：

例 1：柿子一個賣 35 元，水蜜桃一個賣 50 元，媽媽買了 x 個柿子和 y 個水蜜桃，試用 x 和 y 列出媽媽需要付的錢。
列式：_____

練 1：請在下表空格中，填入各代數式的值：

x	1	-1	1	-1
y	3	3	-3	-3
$5x-4y$				
$-2x+3y$				

二、 二元一次式的化簡：

(一)同類項：在含有二種符號的代數式中，我們稱符號相同且次數相同的項為同類項。

例： $50x+10y+5y+7-2x$

(二)二元一次式：有兩種相異符號，且次數都是 1 的代數式，稱為二元一次式。

例：_____。
其中： x 項為_____， y 項為_____，常數項為_____。

例 2：求下列二元一次式中各項係數：

- (1) $x+3y+5$ ：
 x 項係數為_____， y 項係數為_____，常數項為_____
- (2) $-x+y+4$
 x 項係數為_____， y 項係數為_____，常數項為_____
- (3) $y-5$
 x 項係數為_____， y 項係數為_____，常數項為_____

練 2：求下列二元一次式中各項係數：

- (1) $5x+y-7$ ：
 x 項係數為_____， y 項係數為_____，常數項為_____
- (2) $2x-y+4$
 x 項係數為_____， y 項係數為_____，常數項為_____
- (3) $x-9$
 x 項係數為_____， y 項係數為_____，常數項為_____

例 3：化簡下列各式：

- (1) $2x-3y+5-7x+4y+8$ ：
- (2) $2(x-5)-3(y-7)$
- (3) $\frac{2x-4y+5}{4} - \frac{-3x-5y-4}{3}$

練 3：化簡下列各式：

- (1) $-4x-7y+2-5y+9x-8$ ：
- (2) $-3(x-5y+11)-4(2-9x)$
- (3) $\frac{-x-2y+15}{3} - \frac{13x-3y-1}{2}$

三、 認識二元一次方程式：

例：如果大雄的撲滿中只有 50 元硬幣 x 個，10 元硬幣 y 個，並且已經知道大雄的撲滿中共有 200 元，那麼我們可以列出方程式：_____

※ 如果方程式等號的左右兩邊都是二元一次式，則此方程式稱為二元一次方程式。

例 4：下列哪些式子是二元一次方程式？

(1) $3x+5y$

(2) $4x+3y-2 = x+2y-4$

(3) $3(x-1)-2(y+2) = 2x+5$

(4) $3x^2-2y=14$

練 4：下列哪些式子是二元一次方程式？

(1) $\frac{3}{2}(x-2y)-5=1-3y+x$

(2) $y=0.5x$

(3) $x-\frac{y^2}{3}=5$

(4) $y=\frac{2}{x}$

※二元一次方程式經過化簡後，可以得到 $ax+by+c=0$ 的形式，其中 a 是 x 的係數， b 是 y 的係數， c 是常數項。當 $b=0$ 時，例如 $x+0\cdot y+2=0$ 通常寫成 $x+2=0$ ；當 $a=0$ 時，例如 $0\cdot x+3y-1=0$ ，我們通常寫成 $3y-1=0$ 。因此 $x+2=0$ ， $3y-1=0$ 可以看程式二元一次方程式的特例。如果 a 和 b 都是 0 時，則這個方程式沒有未知數，因此就不是方程式了。所以在討論二元一次方程式時， a 和 b 至少要有一個不為 0。

四、 二元一次方程式的列式與解：

例 5：一三角形的底邊長為 x 公分，且其對應的高為 4 公分，若其面積為 y 平方公分，求其底邊長和面積的關係式。

練 5：假設小華買 5 元的郵票 x 張，12 元的郵票 y 張。請回答下列問題：

(1) 若 5 元和 12 元的郵票共有 16 張，則依題意可以列出的二元一次方程式為_____。

(2) 若小華花了 150 元，則依題意可以列出的二元一次方程式為：_____。

例 6：在下列空格填入適當的數，使得 x 與 y 滿足 $x+2y=-4$ ：

x	0	1	2	3
y				

練 6：

(1) 在下列空格填入适当的數，使得該數對是 $x+2y=-4$ 的解：

①(-1,____) ②(-2,____) ③(-3,____) ④(-4,____)

(2) 若(2,0)是 $2x+y+c=5$ 的一個解，求 c 的值。

動動腦：

設 (a,b) 是 $y=3x+2$ 的解。如果 $b>0$ ，試用不等式寫出 a 的範圍。

五、 3-1 自我評量

1：化簡下列各式：

① $(3x - y) + 2(4x + 2y)$

② $-2(3x + y) + 3(x - 2y)$

2：小明到郵局買了 x 張 5 元的郵票和 y 張 7 元的郵票，若小明拿 500 元給郵局售票員，則售票員應找小明 _____ 元。(以 x 、 y 的代數式表示)

3：下列各組數中，哪些是 $3x + 4y = 167$ 的解？

① $x = 68, y = 101$

② $x = -35, y = -195$

③ $x = 9, y = 8$

④ $x = 33, y = 17$

4：在下列空格中填入各代數式的值：

x	1	-1	2	-2
y	2	2	-3	-3
$x - y$				
$-3x + 2y$				

5. 在下列表中填入適當的數，使得 x 與 y 滿足 $2x + 3y = 6$ 。

x	-6		0		4	
y		-6		0		4

6. 若 $x = 2, y = 3$ 是方程式 $2x - y + k - 5 = 0$ 的一組解，求 k 的值。

一、聯立方程式的列式與解：

例：已知甲、乙兩數的和為 40，且甲數的 2 倍比乙數的 3 倍多 5，求這兩個數。

解：

(假設一種未知數)：

(假設二種未知數)：

例 1：小雄到郵局用 110 元買了 5 元和 20 元兩種郵票共 10 張。若假設 5 元郵票有 x 張，20 元郵票有 y 張，試依題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

練 1：靜宜到福利社買了每支 5 元的黑輪 x 支和每杯 10 元紅茶 y 杯，花了 195 元，且 x 和 y 的總和是 32，試依題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

例 2：3 點和 4 點之間，什麼時候分針和時針會重合在一起？假設分針和時針從 3 點開始到兩針重合時，各走了 x (小格) 和 y (小格)，試依題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。

練 2：甲、乙兩人比賽跑步，設甲的速度為 x 公尺/秒，乙的速度為 y 公尺/秒，且乙的速度是甲的 1.5 倍。若現在甲先跑 100 公尺，乙再開始追趕甲，已知乙 50 秒後追上甲，試依題意列出二元一次聯立方程式並求出其解。

<p>例 3: 判斷 $x = 3, y = 2$ 是否為二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x-3y=9 \\ 2x+7y=20 \end{cases}$ 的解。</p>	<p>練 3: 判斷 $x = 5, y = -2$ 是下列哪些二元一次聯立方程式的解。</p> <p>① $\begin{cases} 5x+6y=13 \\ 2x-3y=16 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 0.7x+1.2y=1.1 \\ 1.3x+2.5y=1.5 \end{cases}$</p>
<p>例 4: 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x+y=8 \\ x=10 \end{cases}$</p>	<p>練 4: 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x-3y=25 \\ y=5 \end{cases}$</p>
<p>例 5: 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x-4y=1 \\ x=2y \end{cases}$。</p>	<p>練 5: 利用代入消去法解下列各二元一次聯立方程式:</p> <p>① $\begin{cases} 2y=6 \\ 4x-3y=15 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 3x=y \\ 4x=5y \end{cases}$</p>
<p>例 6: 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-3y=-1 \end{cases}$。</p>	<p>練 6: 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+y=5 \\ 5x-2y=11 \end{cases}$。</p>
<p>例 7: 解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x+y=6-x \\ 5x-3y=-1 \end{cases}$。</p>	<p>練 7: 利用代入消去法解下列各二元一次聯立方程式:</p> <p>① $\begin{cases} 4x+y=13 \\ 2x-3y=1-6x \end{cases}$ ② $\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 5x-y=11 \end{cases}$</p>

<p>例 8：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 5x+3y=0 \\ 10x+5y=-4 \end{cases}$。</p>	<p>練 8：利用代入消去法解下列各二元一次聯立方程式：</p> $\textcircled{1} \begin{cases} 16x+7y=23 \\ 4x=5y-1 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{-y}{2} \\ 4x+9y=12 \end{cases}$
<p>例 9：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2(x-1)-3(y+2)=-7 \\ (x+4)+2(y-5)=-2 \end{cases}$。</p>	<p>練 9：利用代入消去法解下列各二元一次聯立方程式：</p> $\textcircled{1} \begin{cases} 2(x-1)+3y=3 \\ x-2(y+1)=4 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} (3x+1)+2(y-1)=6 \\ (x-5)-3y=1 \end{cases}$

二、 3-2 自我評量：

<p>1. 選擇題：</p> <p>() ① $x=2, y=3$ 是下列哪一個二元一次聯立方程式的解？</p> <p>(A) $\begin{cases} 4x+5y=22 \\ x-2y=4 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ -12x+4y=11 \end{cases}$</p> <p>(C) $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ 4x-5y=7 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 3x+y=9 \\ 2x-5y=-11 \end{cases}$</p> <p>() ② 下列何者是二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+2y=10 \\ 2x-y=-30 \end{cases}$ 的解？</p> <p>(A) $x=17, y=28$ (B) $x=98, y=-39$</p> <p>(C) $x=-10, y=10$ (D) $x=20, y=-15$</p>	<p>2. 鐘面 1 點和 2 點之間，什麼時候分針和時針會重合在一起？假設分針和時間從 1 點開始到兩針重合時，各走了 x (小格) 和 y (小格)，試依題意列出二元一次聯立方程式，並求出其解。</p>
<p>3. 利用代入消去法解下列各二元一次聯立方程式：</p> $\textcircled{1} \begin{cases} 2x-6y=10 \\ x=-4 \end{cases} \quad \textcircled{2} \begin{cases} x-y+10=0 \\ 2x+3y-10=0 \end{cases} \quad \textcircled{3} \begin{cases} 2x=3y \\ x+6y=-12 \end{cases} \quad \textcircled{4} \begin{cases} \frac{x}{4} = \frac{y}{3} \\ 6x+8y=24 \end{cases}$	

一、加減消去法求聯立方程式的解：

※ 如果 $a=b$ ， $c=d$ ，則_____。

<p>例 1：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x+y=15 \\ x-y=7 \end{cases}$。</p>	<p>練 1：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} x-y=20 \\ -x-y=8 \end{cases}$。</p>
<p>例 2：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 5x-3y=-4 \end{cases}$。</p>	<p>練 2：利用加減消去法，解下列各二元一次聯立方程式：</p> <p>① $\begin{cases} x+2y=-6 \\ -x-3y=4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 3x-4y=-10 \\ 3x+6y=y-1 \end{cases}$</p>
<p>例 3：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 3x+y=13 \\ 5x-2y=18 \end{cases}$。</p>	<p>練 3：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} -3x+5y=-1 \\ 6x-2y=10 \end{cases}$。</p>

<p>例 4：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 4x-7y=15 \\ 5x+3y=7 \end{cases}$</p>	<p>練 4：利用加減消去法，解下列各二元一次聯立方程式：</p> <p>① $\begin{cases} 2x-3y=-2 \\ x-4y=-6 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 3x-4y=1 \\ 4x-3y=6 \end{cases}$</p>
<p>例 5：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 0.5x+0.2y=2.5 \\ 0.3x-0.7y=-2.6 \end{cases}$。</p>	<p>練 5：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 0.5x-0.6y=3.3 \\ 0.7x+0.8y=3.8 \end{cases}$。</p>
<p>例 6：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y=22 \\ \frac{1}{4}x+\frac{5}{4}y=17 \end{cases}$。</p>	<p>練 6：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} \frac{1}{4}x+\frac{1}{5}y=\frac{1}{10} \\ \frac{1}{5}x+\frac{1}{3}y=\frac{3}{5} \end{cases}$。</p>
<p>例 7：解二元一次聯立方程式 $\begin{cases} 32x=24(y+2)-40 \\ 5x+4(y-1)=5 \end{cases}$。</p>	<p>練 7：解下列各二元一次聯立方程式：</p> <p>① $\begin{cases} 16x-16y=32 \\ 64x+64y=256 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 5(x-1)+3(y+4)=34 \\ 28(x+2)-49(y-1)=-7 \end{cases}$</p>

例 8：已知 $x=1, y=0$ 是聯立方程式 $\begin{cases} ax=b-2(y+1) \\ 2x-ay=b+3 \end{cases}$ 的解，其中 $a、b$ 是兩個常數，求 $a、b$ 。

練 8：已知 $x=1, y=-1$ 是聯立方程式 $\begin{cases} ax+by=0 \\ 2x-ay=5 \end{cases}$ 的解，其中 $a、b$ 是兩個常數，求 $a、b$ 。

三、 3-3 自我評量：

1. 利用加減消去法解下列各二元一次聯立方程式：

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x+2y=13 \\ 5x-2y=11 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x-3y=9 \\ 2x+y=4 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 1.5x+3y=4.5 \\ 2.5x-5y=12.5 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 81x-81y=243 \\ 7x+7y=21 \end{cases}$$

2. 已知 $x=1, y=-1$ 是 $ax+y=b$ 和 $x+ay=b$ 的解，其中 $a、b$ 是兩個常數，求 $a、b$ 。

例 1：已知爸爸在市場花了 120 元買了蘋果和橘子共 7 個。如果每個蘋果和橘子的售價分別是 20 元和 15 元。請問爸爸所買的蘋果和橘子各是多少個？

練 1：如果小胖花了 46 元買 2 枝鉛筆和 3 枝原子筆，阿受了 44 元買 3 枝鉛筆和 2 枝原子筆，請問鉛筆和原子筆一枝各是多少錢？

例 2：鐘面 2 點和 3 點之間，什麼時候分針和時針會重合在一起？

練 2：鐘面 4 點和 5 點之間，什麼時候分針和時針會重合在一起？

例 3：已知甲數為乙數的 3 倍多 5，且甲數減 5 後的 2 倍比乙數加 4 後的 4 倍少 2，求甲、乙兩數。

練 3：已知父子兩人三年前父親的年齡是兒子的 4 倍；兩年後，父親的年齡是兒子的 3 倍，請問父子兩人現年各是多少歲？

<p>例 4：一長方形其長和寬的比為 3：2。如果把長方形的長邊加長為原來的 2 倍，把寬邊加長 6 公分則此長方形可以成爲一個正方形，求原長方形之面積。</p>	<p>練 4：一長方形其長和寬的比為 4：3。如果把長方形的長邊縮小爲原來的 $\frac{1}{2}$ 倍，把寬邊減少 6 公分則此長方形可以成爲一個正方形，求原長方形之面積。</p>
<p>例 5：小飛說：「有一個二位數」，十位數字和個位數字的和爲 9，如果將十位數字和個位數字交換後，所得的新數比原數少 25，你認爲小飛得說法有可能嗎？</p>	<p>練 5：已知甲、乙兩社團共有 55 人，如果兩社團各退出 10 人，則甲社團剩下的人數有可能是乙社團剩下人數的 8 倍嗎？</p>

二、 3-4 自我評量：

<p>1.姊姊買了 2 枝原子筆及 1 本筆記簿，共付 80 元；妹妹買了同款的原子筆 5 支及筆記簿 2 本，共付 180 元。請問原子筆和筆記本的單價各爲多少？</p>	<p>2. 有一個二位數，十位數字和個位數字的和爲 11，如果將十位數字和個位數字交換後，所得的新數比原數多 9，請問原數是多少？</p>
<p>3.一個長方形，其長比寬多 20 公分，若把此長方體的長增長爲原來的 3 倍，其寬邊加長爲原寬邊的 4 倍，則此長方形就會變成正方形，求原長方形面積。</p>	